

Éléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve de découverte de décembre 2016

Exercice 1 – Plus ou moins de moins ? – 7 points

- ✓ Avec 6 cartes (trois positives et trois négatives), Paul a 12 chances sur 30 de gagner et Pierre a 18 chances sur 30 de gagner.

	+1	+2	+3	-1	-2	-3
+1		+	+	-	-	-
+2	+		+	-	-	-
+3	+	+		-	-	-
-1	-	-	-		+	+
-2	-	-	-	+		+
-3	-	-	-	+	+	

- ✓ Avec 5 cartes (trois positives et deux négatives), Paul a 8 chances sur 20 de gagner et Pierre a 12 chances sur 20 de gagner.

	+1	+2	+3	-1	-2
+1		+	+	-	-
+2	+		+	-	-
+3	+	+		-	-
-1	-	-	-		+
-2	-	-	-	+	

Or $\frac{12}{30} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.

Paul n'a pas raison.

Enlever une carte qui porte un nombre négatif ne change rien aux chances de Paul.

Exercice 2 – D'or et d'argent – 5 points

Sachant que les triangles ACB, CBD et ADC sont isocèles, on a les égalités des angles suivantes :

$$\widehat{ACD} = \widehat{CAD} = \widehat{CBD} = \alpha \text{ et } \widehat{CDB} = \widehat{DCB} = \beta$$

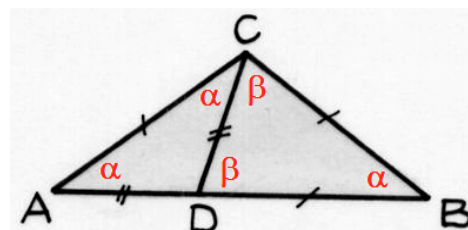
La somme des mesures des angles dans les triangles ACB et CBD

donne le système d'équations :

$$\begin{cases} \alpha + 2\beta = 180^\circ \\ 3\alpha + \beta = 180^\circ \end{cases}$$

Sa résolution donne $\alpha = 36^\circ$ et $\beta = 72^\circ$.

(Il existe plusieurs résolutions possibles sans passer par les systèmes d'équations).



Remarque : Le triangle BCD est un triangle d'or, et le triangle ADC est un triangle d'argent.

Un **triangle d'or**, également connu comme **triangle sublime**, est un triangle isocèle dans lequel le côté en double a une longueur dans un rapport avec celle du côté restant égal au nombre d'or.

Le **gnomon d'or** ou **triangle d'argent** est un triangle isocèle obtus dans lequel le rapport des longueurs des côtés de même longueur au troisième côté est l'inverse du nombre d'or.

Mathématiques
SANS
Frontières

Exercice 3 – Dé roulé – 7 points

6	5	1	2
3			
1			
4			
Somme 22			

	6	4	1
3	5		
1			
4			
Somme 24			

		6	2
3	5	4	
1			
4			
Somme 25			

			6
3	5	4	2
1			
4			
Somme 25			

	2	6	5
	3		
1	5		
4			
Somme 26			

Exercice 7 – Trop d'trolls – 7 points

Il faut commencer par chercher le nombre de trolls par salle.

Il y en a 24 par « rangée », 11 dans C et 0 dans B, d'où 13 trolls dans A.

Puis en considérant quelques équations du genre $D + G + A = 24$ (avec $A = 13$), on obtient assez facilement : $D = 6$; $E = 8$; $F = 10$; $G = 5$; $H = 16$ et $I = 3$.

Sachant qu'il n'y a que 20 potions magiques, on procède par essai pour trouver le chemin pour sortir. **Le seul chemin possible est BEDG.**

Exercice 8 – Jeu de plate-forme – 5 points

Le rapport des vitesses doit être de $\frac{6}{9}$ pour passer du premier plateau au deuxième plateau.

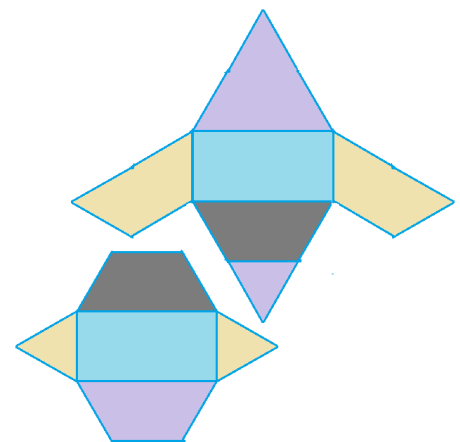
Or $\frac{9,2-6}{4,8} = \frac{6}{9}$ donc le deuxième plateau sera en prolongement du troisième.

La fourmi pourra franchir le puits sans encombre.

Exercice 9 – Mise en pièces – 7 points

La face grise est le plan de la section : Les angles à 60° se justifient du fait qu'on a coupé dans les faces équilatérales de la pyramide d'origine.

Ci-contre une proposition de patron.



Exercice 10 – Rapport pointilleux – 10 points

Le triangle ABC est équilatéral (3 côtés de 3 unités). Il en est de même pour le triangle ADE (ses 3 côtés sont les grandes diagonales de trois parallélogrammes de côtés 2 et 1 dans le même réseau).

$$\text{L'aire de ABC vaut : } 3 \frac{3\sqrt{3}}{2} / 2 = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

$$AH = 3 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{D'après le théorème de Pythagore, } AD = \sqrt{\left(3 \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{7}$$

$$\text{L'aire du triangle ADE vaut alors } \frac{7\sqrt{3}}{4}. \text{ D'où le rapport des aires } \frac{7\sqrt{3}}{4} / \frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{7}{9}$$

- ✓ Plus simplement, il est possible de calculer le rapport de ces aires en calculant celui du carré de leurs côtés.
- ✓ Une façon encore plus astucieuse est de faire un découpage des aires.
On prend l'unité d'aire le triangle de la trame. Aire (ABC) = 9
aire (ABD) = aire (ACE) d'où aire (ABC) = aire(ACDE)
Alors aire (ADE) = aire (ACDE) – aire (DCE) = 9 – 2 = 7

Le rapport des aires de ADE et ABC est $\frac{7}{9}$.

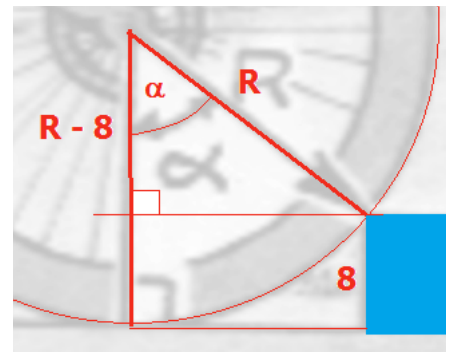
Spécial seconde

Exercice 11 – Sans les petites roues – 5 points

On a $\cos(\alpha) = (R-8)/R$

Et on obtient :

R (pouces)	13	13,75	14,5
α (degré)	67,38	65,28	63,37



Exercice 12 – Liberté – Égalité – Fractions – 7 points

$$\frac{12}{5} = \frac{9}{5} + \frac{3}{5} = \frac{93}{55} + \frac{39}{55} = \frac{132}{55} = \frac{12}{5}$$

$$\frac{10a+b}{11c} + \frac{10b+a}{11c} = \frac{11a+11b}{11c} = \frac{11(a+b)}{11c} = \frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

Exercice 13 – Formule aire – 10 points – 2de GT

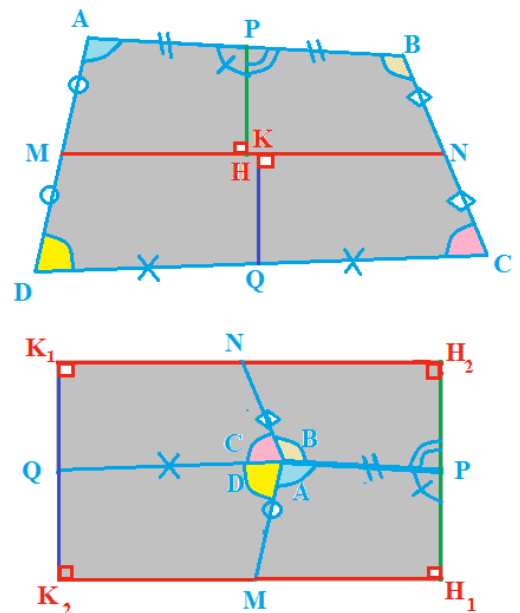
P est le milieu de [AB] sur la figure initiale, donc $PA = PB$ et les points A et B coïncideront bien dans l'assemblage.

Les angles en P sont supplémentaires, donc les points H_1 , P et H_2 seront bien alignés sur l'assemblage.

La somme des angles du quadrilatère initial vaut 360° donc l'assemblage se fera sans interstice.

Finalement on obtient un quadrilatère qui a 4 angles droits. C'est un rectangle ; sa longueur est $2MN/2 = MN$ et sa largeur est $2PH=2PK$. Son aire est donc $MN \times 2PH$.

Pour calculer l'aire du quadrilatère ABCD, on pourra mesurer les longueurs des segments [MN] et [PH] avant d'appliquer la formule **Aire(ABCD) = 2MN × PH**.



Exercice 13 – Ça refroidit – 10 points – 2de Pro

L'heure du crime se situe donc entre 16h41 et 16h42.

	A	B	C	D	E	F
1	0	30,00			17h 12	
2	-1	30,69	$= (107*B1-141)/100$		17h 11	
3	-2	31,43			17h 10	
4	-3	32,22			17h .09	
		⋮				
30	-29	90,27			16h 43	
31	-30	95,18			16h 42	
32	-31	100,43			16h 41	
33	temps	température				
34						