Mathématiques SANS Frontières

SOMMAIRE

Vous trouverez dans ce fichier :

- le règlement de la compétition
  (modification en septembre 2019);

- des consignes pour le déroulement
  de l'épreuve de découverte ;

- le sujet de l'épreuve de découverte ;

- des éléments de solutions ;

- une proposition de barème
  incluant les objectifs et compétences des exercices.
  (mots clés utiles pour une recherche ultérieure dans la classification des exercices sur le site internet)

RÈGLEMENT DE LA COMPÉTITION MATHÉMATIQUES SANS FRONTIÈRES SECTEURS D'ALSACE ET CLASSES ISOLÉES

A. Cadre général

Mathématiques sans Frontières est une compétition qui s'adresse à des classes de troisième et de seconde. L'épreuve consiste à résoudre collectivement dix exercices pour le niveau 3^{e} et treize pour le niveau 2de. Ce n'est pas une compétition individuelle.

Les classes doivent être des classes constituées pour l'enseignement des mathématiques de l'année en cours ; elles ne peuvent pas être des classes constituées spécifiquement pour la compétition Mathématiques sans Frontières.

Toutefois, la présence d'un petit nombre d'élèves correspondants étrangers est autorisée lors de l'épreuve définitive, si elle n'entraine pas une augmentation significative de l'effectif de la classe. Il ne pourra en aucun cas s'agir d'une classe entière de correspondants. Le professeur surveillant l'épreuve devra mentionner sur le bilan la présence de correspondants étrangers en précisant leur nombre. Les correspondants étrangers ayant participé à l'épreuve ne recevront pas de prix.

Mathématiques sans Frontières est une compétition donnant lieu à un palmarès : toutes les précautions doivent être prises pour éviter les fuites et les tricheries. **L'épreuve définitive se déroule obligatoirement à une date et dans un créneau horaire qui ont été définis l'année précédente en assemblée internationale**. En cas d'indisponibilité de la classe à la date fixée, **l'épreuve peut être passée après cette date mais jamais avant.**

Organisation de l'épreuve définitive :

- Chaque classe participante compose dans une salle banalisée qui n'est ni le CDI ni une salle informatique.
- Les élèves pourront être surveillés par tout professeur de l'établissement, y compris leur professeur de mathématiques. Toutes les classes d'un même établissement doivent composer sur le même créneau horaire.
- Les élèves s'organisent comme ils le souhaitent : ils peuvent parler entre eux, circuler dans la salle mise à leur disposition, travailler en groupes, utiliser le tableau, … en veillant à ne pas gêner les classes voisines.
- Chaque classe rend **une feuille-réponse par exercice** ; **celle-ci porte la mention non résolue, le cas échéant**. La solution de l'exercice en langue étrangère doit être rédigée dans une des langues dans lequel il est énoncé.
- Aucun élève ne peut aller chercher quoi que ce soit à l'extérieur de la salle, une fois l'épreuve commencée.

Matériel autorisé :

- Calculatrices (*)
- Instruments de dessin
- Dictionnaires et atlas (dictionnaire et atlas papier ; forme électronique exclue)
- Dictionnaires bilingues (dictionnaire papier ; forme électronique exclue)
- Petit matériel de papeterie et feuilles de brouillon
- Manuels scolaires de la classe et cahiers des élèves

(*) Les calculatrices doivent être autonomes (non reliées au secteur). Si elles possèdent un moyen de communiquer, celui-ci doit être désactivé.

Matériel non autorisé :

- Téléphones, tablettes et tout appareil permettant de communiquer.
- Traducteurs.
- Ordinateurs (sauf pour les sections professionnelles).

Les équipes d'organisation se réservent le droit de disqualifier toute classe n'ayant pas respecté le règlement de la compétition.

B. Compléments pour la catégorie jumelage

Une classe de troisième et une classe de seconde du lycée de secteur peuvent s'associer pour participer en jumelage à la compétition Mathématiques sans Frontières. Les classes doivent être des classes constituées pour l'enseignement de mathématiques de l'année en cours.

- Chaque classe est divisée en deux demi-classes équilibrées, tous les élèves des deux classes devant participer.
- Deux demi-classes de niveaux différents constituent ensemble le regroupement A, les deux autres demi-classes constituent le regroupement B ; les élèves des différents niveaux sont ainsi invités à travailler ensemble.
- Les deux regroupements composent dans deux salles séparées et rendent chacun les feuilles réponse pour l'ensemble des exercices de l'épreuve.
- Les correcteurs cumulent les points des deux regroupements pour établir le palmarès commun aux deux classes, spécifique à la catégorie jumelage.

À noter :

- Les deux regroupements doivent traiter chacun les treize exercices.
- Les deux regroupements ne peuvent pas communiquer entre eux.
- Les deux regroupements composent au même moment.

MATHÉMATIQUES SANS FRONTIÈRES

*CONSIGNES POUR L'ÉPREUVE DE DÉCOUVERTE 3^e^ et 2^de^*

Épreuve à organiser avant le mercredi 5 février 2020

Préambule

Cette épreuve ne compte pas pour le classement final ; elle doit permettre d'entraîner la classe à la **compétition finale du <u>jeudi 6 février 2020</u>.**
Pour que cet entraînement soit formateur, il est souhaitable que le professeur de mathématiques surveille sa classe au moins pendant la 1ère heure et qu'il assiste les élèves dans l'organisation de leur recherche. Il peut apporter son aide pour lever les blocages et leur permettre d'aboutir.

Déroulement de l'épreuve

Les élèves s'organisent comme ils le souhaitent pour travailler ; ils peuvent parler entre eux, circuler dans la salle mise à leur disposition, travailler en groupe, utiliser le tableau, etc. en veillant à ne pas gêner les autres classes.

Rôle du professeur

- Il remettra les feuilles d'énoncés aux élèves (une par élève).
- ***Il signalera aux élèves des classes concourant dans la catégorie 3^{e} qu'ils n'ont pas à traiter les exercices 11, 12 et 13 et aux élèves des classes concourant dans la catégorie jumelage et dans la catégorie 2de qu'ils doivent les traiter, en les rendant attentifs aux deux versions de l'exercice 13.***
- Il pourra aider les élèves à :
  - ✓ faire une lecture approfondie des énoncés et des consignes données pour chaque exercice ;
  - ✓ constituer des groupes ;
  - ✓ choisir des méthodes et des stratégies ;
  - ✓ confronter les avis et à critiquer les solutions avant la rédaction définitive ;
  - ✓ favoriser au maximum la participation de chaque élève et rappeler que même des solutions partielles (à défaut d'une solution complète) seront examinées.
- Une fois qu'il aura corrigé, le professeur pourra faire un bilan avec la classe afin de préparer au mieux l'épreuve officielle.

Cette année, aucune saisie en ligne des résultats de l'épreuve de découverte n'est demandée.

Rappel de l'adresse du site d'inscription : https://applications.ac-strasbourg.fr/msf/

Rappel de l'adresse du site internet : http://maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/

Compétition interclasses de 3e et de 2de

organisée avec le concours de l'inspection pédagogique régionale de mathématiques de l'Académie de Strasbourg

Mathématiques Sans Frontières

Épreuve de découverte édition 2020

- ✓ **Rendre une seule feuille-réponse par exercice.**
- ✓ **Toute trace de recherche sera prise en compte.**
- ✓ **Le soin, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements seront pris en compte.**

Exercice 1 — 7 points — Bike and Run

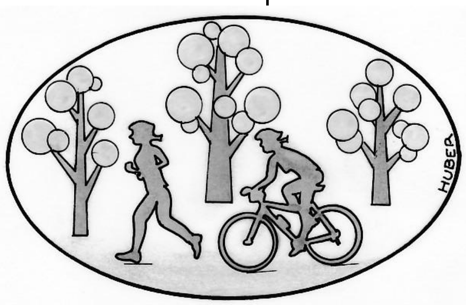
Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Chloé e Lucille partecipano in coppia alla loro prima corsa "Bike and Run" lunga 27 km. Si tratta di una competizione sportiva nella quale un partecipante corre mentre il compagno pedala in bicicletta. Ogni coppia può usare una sola bicicletta.
Ogni volta che una delle due concorrenti scende dalla bicicletta, la lascia sul bordo della strada e prosegue a piedi. Quando la sua compagna arriva a piedi, la recupera e prosegue pedalando.
Chloé corre a 8 km/h e pedala a 20 km/h mentre Lucille corre a 10 km/h e pedala a 16 km/h.

Spiegate come la coppia si deve organizzare per arrivare insieme al traguardo. Quanto dura la corsa?

Chloe and Lucille want to take part in their first "Bike and Run" event that covers a route of 27 km. This is a sports event in which one person runs while the other rides a bicycle. Both contestants use the same bicycle, taking turns as needed.
Each time one of the girls dismounts, she leaves the bicycle at the side of the road and continues on foot. When her teammate arrives on foot, she mounts the bike and continues cycling.
Chloe runs at a speed of 8 km/h and cycles at 20 km/h, while Lucille runs at 10 km/h and cycles at 16 km/h.

How can the girls plan so that they cross the finish line at the same time? How long does it take them to complete their route?



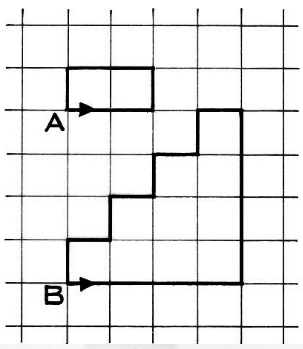
Chloé y Lucile quieren participar en su primer « Bike and Run » de 27 km. Se trata de una competición deportiva en la que una persona corre mientras la otra pedalea. Se utiliza una única bici para las dos participantes que se relevan.
Cada vez que una de las chicas se baja de la bici, la deja en el borde del recorrido y sigue la carrera a pie. Cuando su compañera llega a pie, coge la bici y comienza a pedalear.
Chloé corre a 8 km/h y pedalea a 20 km/h. Lucille corre a 10 km/h y pedalea a 16 km/h.

¿Cómo pueden organizarse las dos chicas para llegar juntas a la meta?
¿Cuánto tiempo durará la carrera?

Chloé und Lucille wollen an ihrem ersten *Bike and Run* teilnehmen. Beim *Bike and Run* absolvieren beide Mitglieder eines Teams dieselbe Strecke mit nur einem Fahrrad, das abwechselnd benutzt werden darf. Eine Person im Team fährt also Fahrrad, während die andere läuft. Wenn sie vom Rad steigt, lässt sie es am Wegrand für die andere Person stehen und setzt das Rennen zu Fuß fort. Wenn die Teamkollegin das Fahrrad zu Fuß erreicht hat, steigt sie auf und setzt das Rennen auf dem Rad fort. Es darf beliebig oft gewechselt werden. Chloé läuft 8 km pro Stunde. Mit dem Rad fährt sie 20 km pro Stunde. Lucille läuft 10 km pro Stunde. Mit dem Rad fährt sie 16 km pro Stunde. Die Wettkampfstrecke ist 27 km lang.

Wie müssen sich die beiden Mädchen das Rennen einteilen, um zusammen die Ziellinie zu überqueren?
In welcher Zeil absolvieren sie die 27 km?

Exercice 2 — 5 points — Demandez le programme

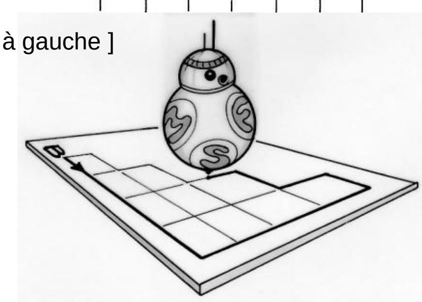


On dispose d'un robot qui se programme uniquement avec les quatre instructions suivantes :
Avancer (le robot avance devant lui d'une ou plusieurs cases)
Tourner à droite (il tourne de 90° sur sa droite)
Tourner à gauche (il tourne de 90° sur sa gauche)
Répéter … fois […] (il répète … fois les instructions entre crochets)
La longueur d'un programme se mesure en comptant le nombre de verbes écrits en gras.

Dans l'exemple, le robot est orienté vers la droite de la feuille au point A.
Voici le programme qui réalise cet exemple avec le moins de verbes possibles :

Répéter 2 fois [**Avancer** de 2 cases ; **Tourner** à gauche ; **Avancer** de 1 case ; **Tourner** à gauche]

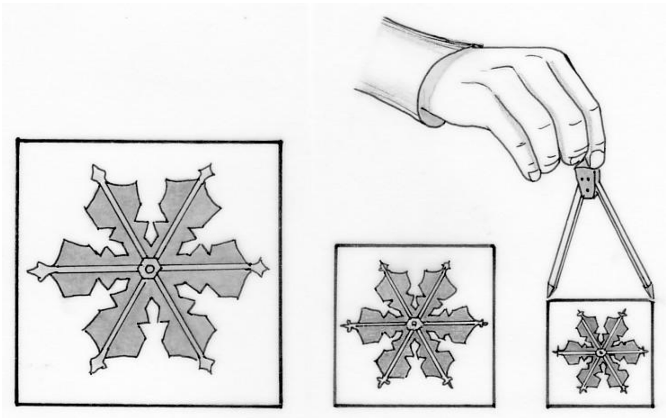
Ecrire le programme qui utilise le moins de verbes possibles pour réaliser la figure quand B est orienté vers la droite.



Mathématiques Sans Frontières

Exercice 3 — 7 points
Somme aire

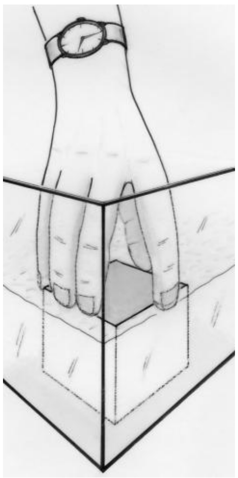
Soient les trois carrés suivants :



Construire, sans mesurer les côtés des carrés, un carré de même aire que la somme des aires des trois carrés proposés.

(Les reports de longueurs sont autorisés, la reproduction du flocon à l'intérieur du carré n'est pas demandée)

Exercice 5 — 7 points
Le fluide affleure



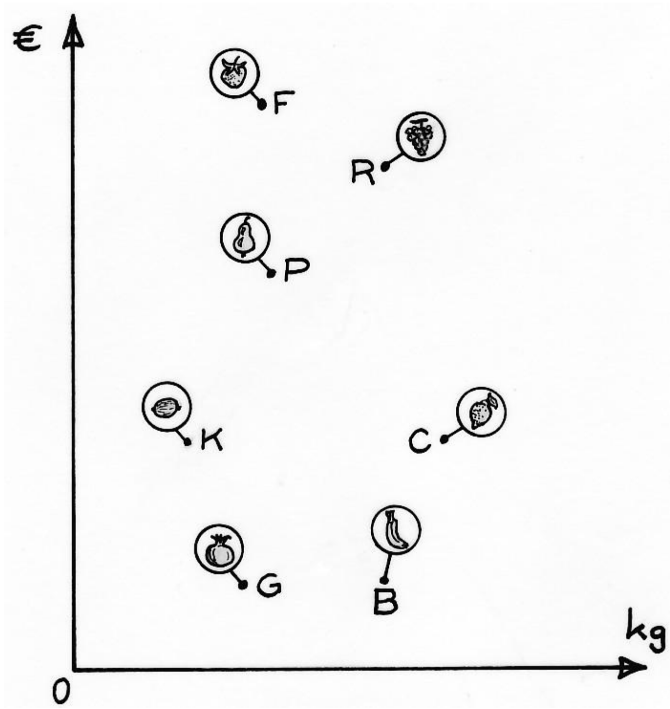
Un aquarium en forme de pavé droit contient de l'eau.
Les dimensions intérieures de la base, mesurées en centimètres, sont des nombres entiers.
Jeannette pose au fond de l'aquarium un cube d'arête 10 centimètres.
Le niveau de l'eau est alors exactement égal à la hauteur du cube.
Elle remplace ce cube par un cube d'arête 20 centimètres.
De nouveau, le niveau de l'eau est égal à la hauteur de ce cube.

Donner les dimensions de la base de l'aquarium et le volume d'eau. Expliquer.

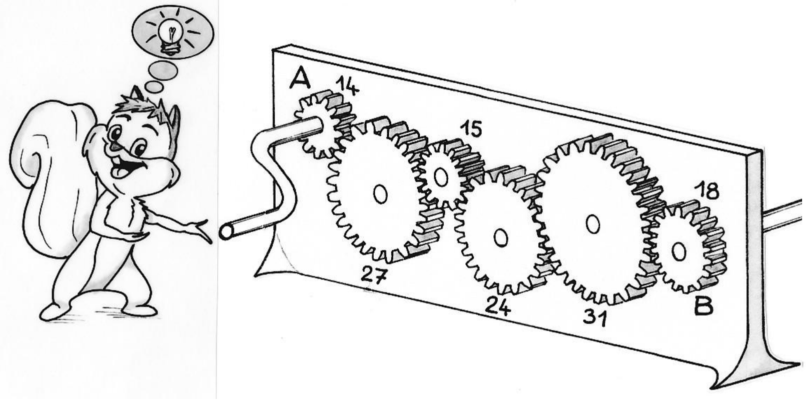
Exercice 4 — 5 points
Garder la ligne

Un commerçant vend différentes sortes de fruits. Il a rempli sept sachets, chacun contenant une seule sorte de fruits et a fixé son prix pour chaque sachet. Au lieu de mettre une étiquette, il a fait un graphique où chaque point représente un sachet. Il a porté en abscisse la masse du sachet en kilogrammes et en ordonnée son prix en euros.

À l'aide de ce graphique, trouver deux sachets de fruits ayant le même prix par kilogramme.
Puis classer ces sept sachets par ordre croissant de prix par kilogramme. Expliquer.



Exercice 6 — 5 points
D'entiers



Dans le dispositif présenté sur la figure, les nombres inscrits à côté des roues dentées indiquent le nombre de dents de la roue correspondante.

Est-ce que les roues A et B tournent dans le même sens ?

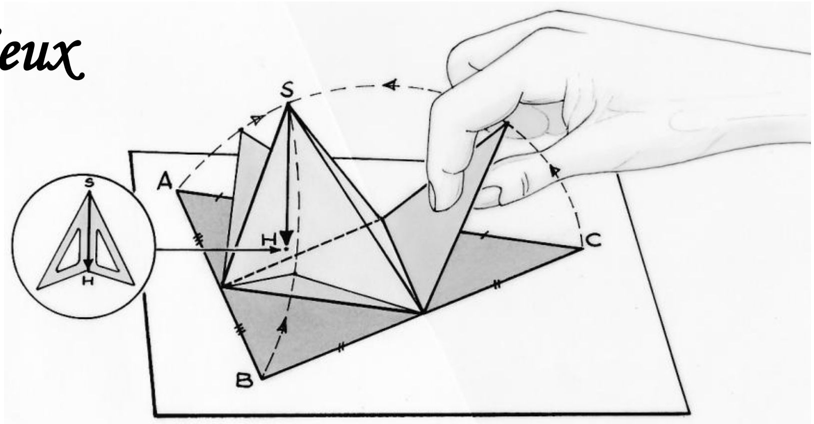
Quel est le nombre minimum de tours que doit faire la roue A pour que les roues A et B effectuent chacune un nombre entier non nul de tours ?

Combien de tours effectue alors la roue B ? Justifier.

Mathématiques sans Frontières

Exercice 7
7 points

Tétraèdre des milieux



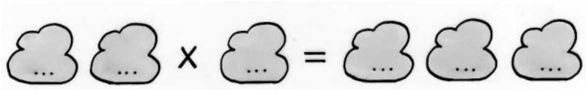
Un simple triangle ABC permet de construire facilement un tétraèdre, pourvu que ses trois angles soient aigus.
Il suffit de tracer les droites joignant les milieux de ses côtés, puis de faire pivoter trois triangles autour de ces droites pour rassembler leurs pointes en un sommet S.
On obtient un tétraèdre dit équifacial parce que ses quatre faces sont superposables.
On s'intéresse alors au pied H de la hauteur du tétraèdre issue de S. En relevant les faces latérales, on comprend qu'il se trouvera nécessairement à l'intérieur du triangle ABC initial.

Construire le point H, pied de la hauteur du tétraèdre dans le triangle ABC initial.

Exercice 8
5 points

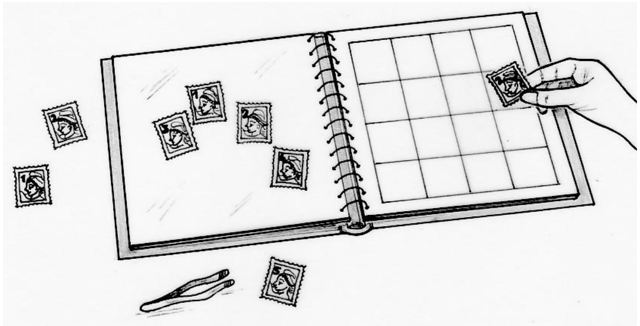
Six chiffres

Compléter avec tous les chiffres de 1 à 6 pour que l'opération soit exacte.



Exercice 9
7 points

Exercice timbré

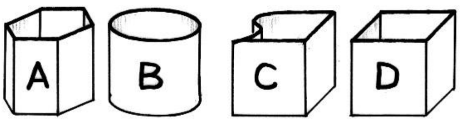


Dans sa collection de timbres, Gérard possède des timbres de valeurs 1 €, 2 €, 3 €, 4 € ou 5 €. Avec seize de ces timbres, il peut remplir toutes les cases d'une grille de 4 sur 4 de sorte qu'aucune ligne, aucune colonne, aucune diagonale ou parallèle aux diagonales ne comporte deux timbres de même valeur.

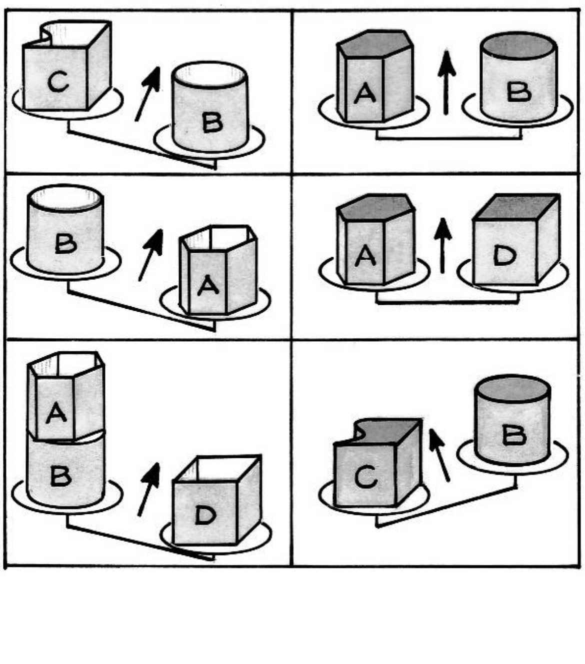
Donner une disposition possible des seize timbres sur la grille.

Exercice 10
10 points

Ça balance



On dispose de quatre récipients A, B, C et D.
On a posé certains de ces récipients, vides ou complètement remplis d'eau, sur une balance. Le tableau montre le résultat de ces pesées. Sur les dessins, à gauche, les récipients sont vides ; à droite, ils sont pleins.

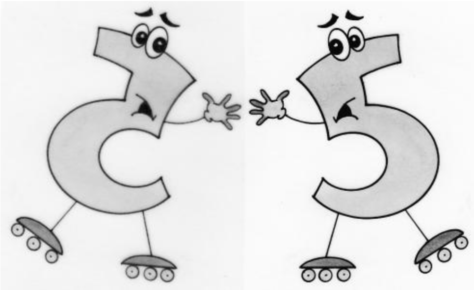


À l'aide de ces indications, classez ces récipients des deux manières suivantes :

- ***du plus léger au plus lourd lorsqu'ils sont vides ;***
- ***dans l'ordre croissant du volume qu'ils peuvent contenir.***

Mathématiques sans Frontières

SPECIAL SECONDE



Exercice 11
5 points

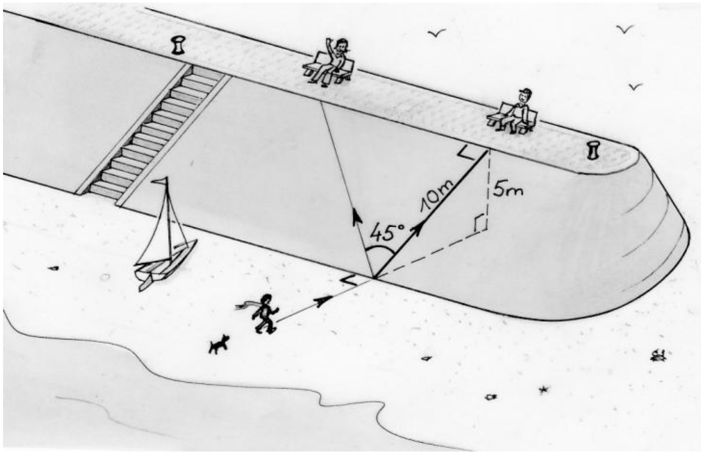
Paire de pentaèdres

Un pentaèdre est un polyèdre qui a cinq faces.

Dessiner en perspective cavalière sur la feuille-réponse deux pentaèdres qui n'ont pas le même nombre d'arêtes.

Exercice 12
7 points

La digue de Malo

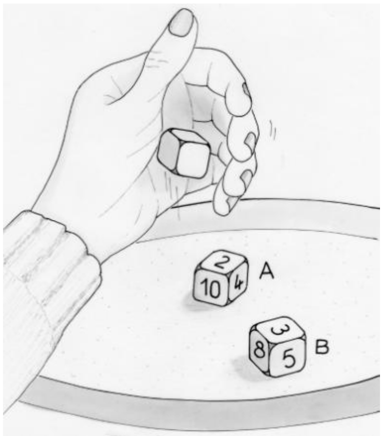


Lily qui vient de la plage veut monter sur la digue de Malo-les-Bains. Cette digue mesure 5 m de haut. Le chemin le plus court et donc le plus raide mesure 10 m ; l'inclinaison de ce chemin est de 5 pour 10 soit 50 %.
Fatiguée, elle décide de monter en ligne droite mais en s'écartant de 45° par rapport au chemin le plus court.

Calculer en pourcentage l'inclinaison de ce nouveau chemin.
De quel angle Lily aurait-elle dû s'écarter pour que l'inclinaison soit de 25 % ? Justifier.

Exercice 13 pour les secondes GT
10 points

Défi de dés

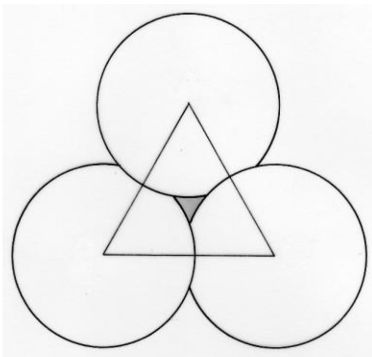


Par un après-midi pluvieux, Anatole et Barnabé se sont amusés à fabriquer des dés un peu particuliers : les nombres sur les faces opposées sont égaux. Anatole a fabriqué le dé A avec les nombres 2, 4, 10 et Barnabé le dé B avec les nombres 3, 5, 8.
Ils lancent leurs dés simultanément. Chaque face a la même probabilité d'apparaître.
Un joueur gagne lorsque le nombre obtenu sur la face supérieure de son dé est strictement supérieur au nombre obtenu par son adversaire.

Quelle est la probabilité pour qu'Anatole gagne ? Expliquer.

Arrive leur sœur Chloé qui leur lance le défi suivant : "Construisez-moi un dé du même type avec trois autres nombres tel que si je joue contre Anatole j'ai moins de 50 % de chance de gagner et si je joue contre Barnabé j'ai plus de 50 % de chance de gagner."

Donner un exemple de dé relevant ce défi.



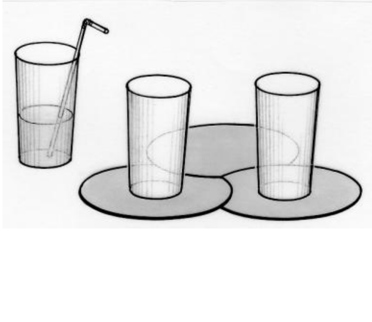
Exercice 13 pour les secondes Pro
10 points

Géométrie sous verre

Sur la table du restaurant sont posés trois sous-verres en forme de disques de 10 cm de diamètre.
En jouant avec ces trois disques, je les dispose de sorte que leurs centres sont les sommets d'un triangle équilatéral.
Je les rapproche jusqu'à ce que la zone grise du dessin ci-contre disparaisse.
Les trois centres sont encore placés aux sommets d'un triangle équilatéral.

Donner la valeur du côté de ce triangle équilatéral au moment où la zone grise disparaît.

On pourra utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour répondre à la question.



Éléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve de découverte de décembre 2019

Exercice 1 – *Bike and Run* – 7 points -

À pied, Lucille va $\frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ fois plus vite que Chloé et en vélo, Chloé va $\frac{20}{16} = \frac{5}{4}$ fois plus vite que Lucille. Les deux filles arrivent ensemble si Lucille court $\frac{5}{4}$ fois plus que Chloé et si Chloé roule $\frac{5}{4}$ plus que Lucille. Sur 9 km, cela veut dire que Lucille court 5 km et roule 4 km tandis que Chloé court 4 km et roule 5 km. Sur 27 km, Lucille va donc courir 15 km et rouler 12 km tandis que Chloé court 12 km et roule 15 km. Cela dure au total 2heures et 15 minutes. Pour l'organisation, il y a plusieurs possibilités, par exemple…

Quelques remarques s'imposent :

- Si Chloé court 8 km en 1 h et Lucille en court 10, elles font 18 km ensemble en 1 h, et comme elles doivent en courir 27, il reste 9 km, la moitié, soit 30 minutes de.
- De même si en 1 h, elles totalisent 36 km de vélo, il leur faudra 30 minutes pour faire 18 km, donc la moitié, 15 min de plus pour l'une ou l'autre pour faire les 9 km restants.
- Soit au total 1 h + 30 min + 30 min + 15 min, soit **2 h 15 min**.

Une remarque : le résultat est indépendant de la personne qui part en premier avec le vélo.
De nombreuses solutions, par exemples :

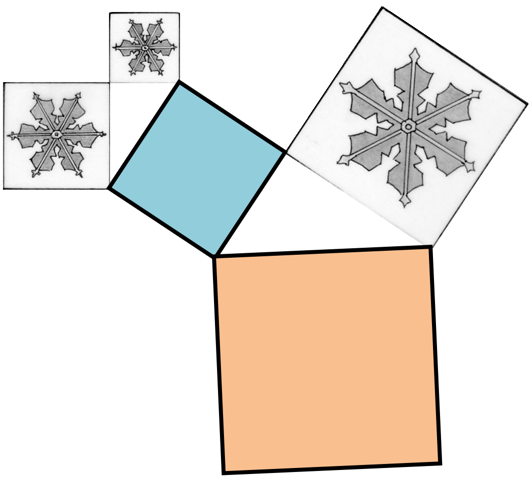
- Chloé roule 15 km en 45 min, pose le vélo au bout du 15e km et termine sa course de 12 km en 1 h 30 min. Elle franchit donc la ligne d'arrivée 2 h 15 min après son départ.
  Lucille part à pied en même temps que Chloé, elle court 15 kmpendant 1h 30 min où elle trouve le vélo que Chloé a déposé 45 min plus tôt. A 16 km/h, il ne lui faut que 45 min pour franchir la ligne d'arrivée… en même temps que Chloé.
- Lucille roule 12 km en 45 min et pose donc le vélo au bout du 12e km, puis elle termine sa course à pied sur 15 km en 1h 30 min, soit avec un temps total de 2h 15 min.
  Chloé court pendant 1 h 30 min et arrive au bout du 12e km où elle trouve le vélo déposé par Lucille, et elle termine ses 15 km de vélo en 45 min, avec un même temps total que Lucille.
- On peut même trouver plus compliqué, par exemple.
  Chloé : 10 km à vélo (30 min), 12 km à pied (1 h 30 min) et 5 km à vélo (15 min)
  Lucille : 10 km à pied (1 h), 12 km à vélo (45 min) et 5 km à pied (30 min)

Exercice 2 – *Demandez le programme* – 5 points -

Le programme sera le suivant :

Répéter *2 fois*
[***Avancer*** *de* 4 *cases* ; ***Tourner*** à *gauche*]
Répéter *4 fois*
[***Avancer*** *de* 1 *case* ; ***Tourner*** à *gauche* ; ***Avancer*** *de* 1 *case* ; ***Tourner*** à *droite*]

Remarque : *Les élèves qui auront remis le robot en position initiale, auront deux instructions supplémentaires.*



Exercice 3 – *Somme aire* – 7 points -

On applique le théorème de Pythagore.
La somme des aires des carrés A et B est l'aire du carré bleu.
La somme des aires des carrés « bleu » et C est l'aire du carré « orange ».
Donc, le carré « orange a la même aire que la somme des aires des carrés A, B et C.

Remarque : *Le dessin n'est pas en grandeur réelle demandée. Voir feuille annexe (en fin de document).*

Exercice 4 – *Garder la ligne* – 5 points -

Il suffit de tracer les droites passant par l'origine du repère et chacun des points.
Deux points se trouvant sur la même droite indiquent que les fruits dans les deux sachets correspondants ont le même prix par kilogramme. D'où **K = P**.
La droite ayant la pente la plus forte indiquera le fruit qui aura le prix au kilogramme le plus élevé.
On trouve le classement suivant :

B < G < C < R < K = P < F

Exercice 5 – *Le fluide affleure* – 7 points -

Soit L la longueur et l la largeur de la base du récipient.
Le volume d'eau peut s'écrire : V = $10(L \times l - 100)$ ou V = $20(L \times l - 400)$.
De l'égalité de ces expressions, on obtient : $L \times l$ = 700.
Le volume d'eau est donc de 6000 cm^3 ou 6 litres.
700 peut s'écrire de neuf façons en produit de deux entiers, mais a et b doivent être supérieurs à 20 pour que l'immersion du grand cube soit possible.
Alors on obtient : L = 28 et l = 25
(L = 35 et l = 20 pourra être acceptée comme 2^e solution, quoique le grand cube ne rentre pas bien dans l'aquarium dans ce cas)
La base de l'aquarium mesure 28 cm sur 25 cm. Sa contenance est de 6 litres.

Exercice 6 – *D'entiers* – 5 points -

Si une roue « tourne » d'une dent, toutes les autres « tournent » d'une dent.
Lorsque A fait un tour, B « tourne » de 14 dents.
Lorsque A fait n tours, B « tourne » de 14n dents. Pour que B tourne d'un nombre entiers de tours, il faut que 14n soit un multiple de 18, cela se produit la première fois pour n = 9.
Le nombre minimum de tours que doit faire la roue A pour que les roues A et B effectuent chacune un nombre entier de tours est 9.

$$\frac{14 \times 9}{18} = 7$$

Dans ce cas la roue B aura effectué 7 tours.

Exercice 7 – *Tétraèdre des milieux* – 7 points -

Soient M, N et P les milieux des côtés du triangle ABC.
Quand on relève les faces latérales du tétraèdre, les projetés de leurs pointes sur le plan de base se déplacent sur des droites respectivement perpendiculaires aux axes de rotation (NP), (MP) et (MN) de ce mouvement, jusqu'à se rejoindre en H, le projeté du sommet S du tétraèdre.
Sachant que (NP), (MP) et (MN) sont chacune parallèle à un côté du triangle, leurs perpendiculaires (AH), (BH) et (CH) sont les hauteurs du triangle ABC, et on conclut :
H est l'orthocentre du triangle ABC.

Exercice 8 – *Six chiffres* – 5 points -

La seule solution est : $\mathbf{54 \times 3 = 162}$

Exercice 9 – *Exercice timbré* – 7 points -

Voici trois dispositions possibles (il y en a d'autres !)

5	4	3	2
3	2	1	5
1	5	4	3
4	3	2	1

3	5	4	2
4	2	1	3
1	3	5	4
5	4	2	1

2	1	4	3
3	5	2	1
1	4	3	5
5	2	1	4

Exercice 10 – *Ça balance* – 10 points -

Concernant les masses des récipients vides, on remarque avec les seules informations des indications des balances de la colonne de gauche :
$m_A > m_B > m_C$ et $m_D > m_A + m_B$ donc $m_D > m_A$
Le classement des récipients du plus léger au plus lourd lorsqu'ils sont vides est : C < B < A < D.

On s'intéresse maintenant aux récipients pleins, on remarque avec les seules informations des indications des balances de la colonne de droite :
$M_A = M_B = M_D$ et $M_C > M_B$

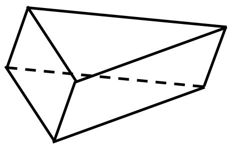
On appelle P_A, P_B, P_C, P_D les masses de liquide contenues dans chaque récipient :
$m_A + P_A = m_B + P_B = m_D + P_D$
On en déduit compte tenu de la première question: $P_D < P_A < P_B$.

$M_C > M_B$ se traduit par $m_C + P_C > m_B + P_B$, or $m_c < m_B$, alors $P_C < P_B$

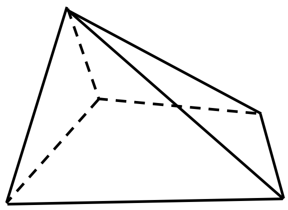
Le classement des récipients dans l'ordre croissant du volume qu'ils peuvent contenir est : D < A < B < C.

Exercice 11 – *Paire de pentaèdres* – 5 points (2nde)-

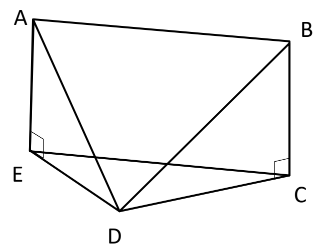
Ci-dessous deux pentaèdres qui n'ont pas le même nombre d'arêtes :



9



8



Exercice 12 – *La digue de Malo* – 7 points (2nde)-

Lily arrive en A. AE = BC = 5 m, hauteur de la digue.
Le triangle ABD est rectangle isocèle en B.
D'après Pythagore $AD = 10\sqrt{2}$ et la pente est $\frac{AE}{AD} = \frac{5}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \approx 0{,}353$

ce qui en pourcentage correspond à une **inclinaison de 35 %.**
Si par contre l'inclinaison doit être de 25 %, $\frac{AE}{AD} = 0{,}25$; $AD = \frac{5}{0{,}25} = 20$ et $\cos\widehat{ADB} = \frac{10}{20}$ $\widehat{ADB} = 60°$

Lily devra s'écarter de 60°.

Mathématiques SANS Frontières

Exercice 13 – *Défis de dés* – 10 points (2nde GT)-

A / B	2	4	10
3	B	A	A
5	B	B	A
8	B	B	A

Si on fait un inventaire des possibilités, à l'aide d'un tableau 3 × 3, on arrive à la conclusion que **la probabilité qu'Anatole surpasse Barnabé est de 4/9.**

Si on se limite à des nombres entiers, les seuls dés répondant au défi de Chloé sont les dés :
C_1 avec les nombres 1 ; 6 et 9 et C_2 avec les nombres 1 ; 7 et 9.

A / C	2	4	10
1	A	A	A
6	C	C	A
9	C	C	A

B / C	3	5	8
1	B	B	B
6	C	C	B
9	C	C	C

Ci-contre, les résultats avec le dé C_1.
(Il en est de même pour le dé C_2.)
Avec C_1 ou C_2, Chloé a 4 chances sur 9 de gagner contre Anatole et 5 chances sur 9 de gagner contre Barnabé.

Remarque : *D'autres triplets (x, y, z) non entiers peuvent être solution pour peu qu'ils vérifient l'une des trois conditions suivantes : ($x < 2$ et $5 < y < 8$ et $8 < z < 10$)*
ou ($3 < x < y < 4$ et $8 < z < 10$)
ou ($x < 2$ et $8 < y < z < 10$)

Exercice 13 – *Géométrie sous verre* – 10 points (2nde PRO)-

Dans la position recherchée, le centre de gravité du triangle équilatéral se trouve à 5 cm du sommet, ou 2,5 cm de la base.
À partir de la modélisation ci-contre et en utilisant le théorème de Pythagore, on obtient :

$c^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2 = 7{,}5^2$ ou $\left(\frac{c}{2}\right)^2 + 2{,}5^2 = 5^2$

d'où c = $5\sqrt{3}$ **cm .**

Avec un logiciel de géométrie dynamique :

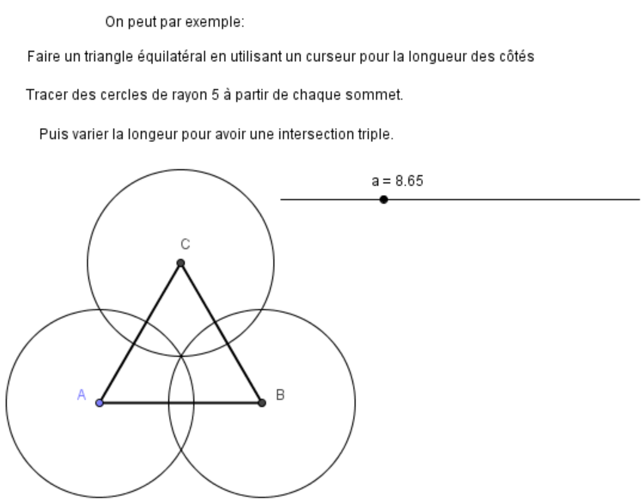
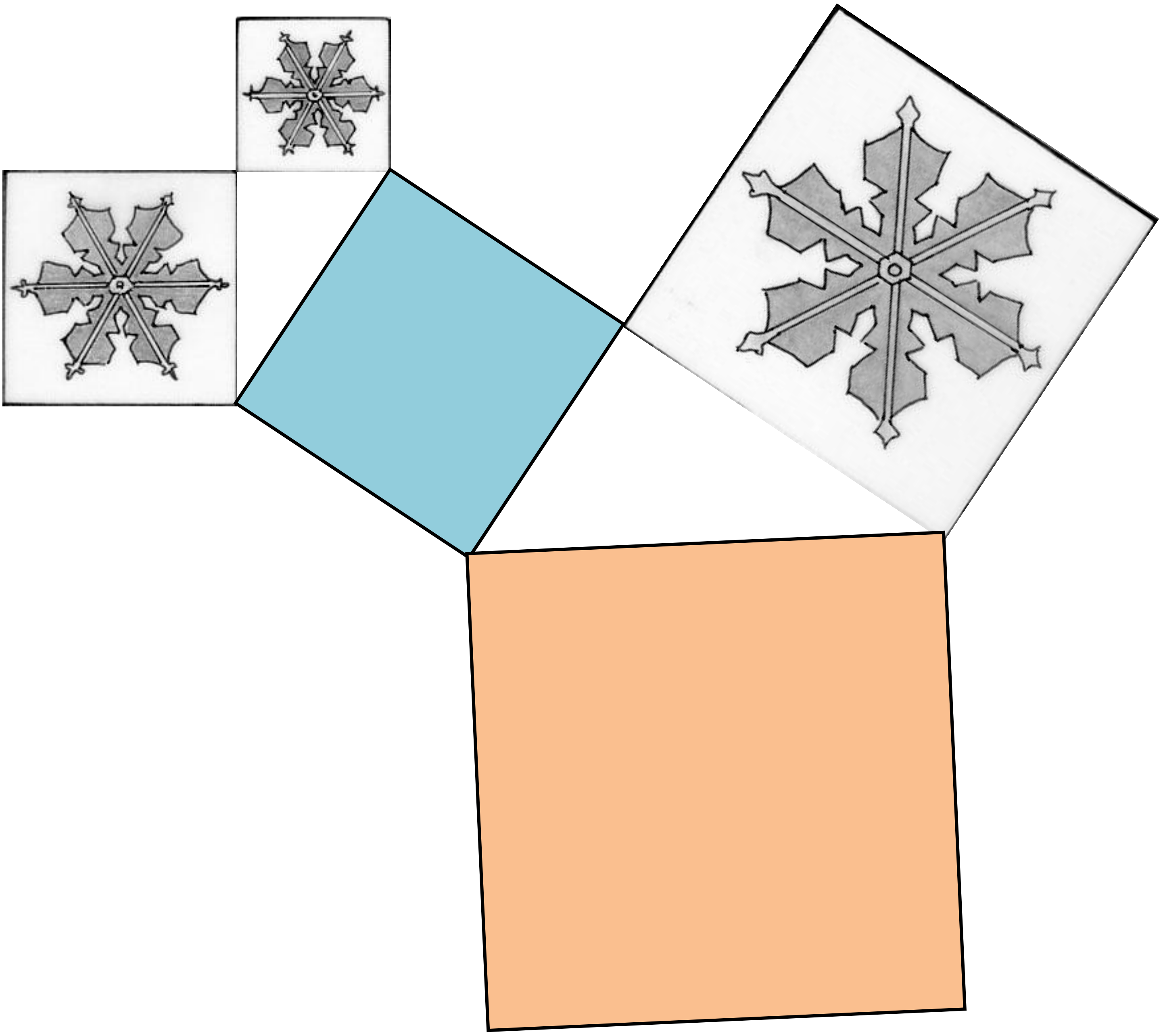


Figure en grandeur réelle de l’exercice n°3



Épreuve de découverte 2020 (déc 2019)
Productions attendues et suggestions pour le barème

Document établi à l'attention des traducteurs et des correcteurs de l'épreuve

Les barèmes proposés sont purement indicatifs. Ils pourront évidemment être modifiés localement en fonction des priorités pédagogiques et de la teneur des programmes de mathématiques dans tel ou tel pays.
Ils pourront également être adaptés au vu des productions des élèves qui sont parfois surprenantes et inattendues…

L'équipe de conception des sujets
de Mathématiques sans Frontières

Pour tout exercice :

- ✓ on attribuera 0 point lorsqu'une feuille-réponse a été rendue mais que celle-ci ne contient que des éléments totalement faux montrant que l'exercice n'a pas été compris. On s'efforcera toutefois autant que possible de valoriser toute trace de recherche pertinente ;
- ✓ on notera NT lorsque l'exercice n'a pas été traité (feuille blanche ou non rendue).

Exercice 1 – *Bike and Run* – 7 points -

Objectifs et compétences : vitesse, proportionnalité, logique, organisation de données, rédaction.
Communiquer, raisonner, calculer, modéliser.

Barème proposé : Qualité de la rédaction en langue : **3 pts**
Raisonnement, explications : **4 pts**
(un calcul correct de proportionnalité sur les vitesses : **1 pt)**

Exercice 2 – *Demandez le programme* – 5 points -

Objectifs et compétences : algorithme, programmation.
Chercher, représenter, communiquer.

Barème proposé : **3 pts** pour un programme juste mais trop long
5 pts pour le programme le plus court

Exercice 3 – *Somme aire* – 7 points -

Objectifs et compétences : Pythagore, construction, report de mesures.
Raisonner, représenter.

Barème proposé : **1 pt** pour Pythagore évoqué quelque part
3 pts pour la première étape (obtenir le carré « bleu »)
3 pts pour la deuxième étape

Exercice 4 – *Garder la ligne* – 5 points -

Objectifs et compétences : lecture graphique, pente, coefficient directeur, fonctions, proportionnalité, grandeurs et mesures.
Chercher, raisonner.

Barème proposé : **1 pt** pour les deux prix au kg identiques
2 pts pour le classement correct
2 pts pour l'explication

Mathématiques SANS Frontières

Exercice 5 – *Le fluide affleure* – 7 points –

Objectifs et compétences : Volume, équation, diviseurs, conversions.
Chercher, raisonner, calculer.

Barème proposé : **1 pt** pour le calcul du volume d'un cube
4 pts pour la déduction du volume d'eau
2 pts pour la longueur et la largeur
(On accordera tous les points pour la solution : $L = 35$ et $l = 20$)

Exercice 6 – *D'entiers* – 5 points -

Objectifs et compétences : arithmétique, entiers, diviseurs, multiples, engrenages.
Raisonner, calculer.

Barème proposé : **1 pt** pour A et B tournent dans le sens inverse
3 pts pour le nombre minimum de tours de la roue A
1 pt pour le nombre de tours de la roue B

Exercice 7 – *Tétraèdre des milieux* – 7 points -

Objectifs et compétences : géométrie dans l'espace, géométrie dans le plan, hauteur.
Chercher, raisonner, représenter.

Barème proposé : **2 pts** pour le tracé de la première perpendiculaire
1,5 pts pour le tracé de chaque autre perpendiculaire
1 pt pour H au bon endroit
1 pt pour le soin
Remarque : le mot « orthocentre » n'est pas attendu.

Exercice 8 – *Six chiffres* – 5 points -

Objectifs et compétences : multiplication, essais-erreur, logique, organisation de données, tester.
Calculer, chercher.

Barème proposé : **5 pts** pour la réponse

Exercice 9 – *Exercice timbré* – 7 points –

Objectifs et compétences : grille, logique, organisation de données.
Chercher.

Barème proposé : **2 pts** pour une approche avec au moins 2 lignes justes
2 pts pour une solution sans prise en compte des diagonales
5 pts pour une solution qui dépasse 50 €
7 pts pour une solution correcte

Exercice 10 – *Ça balance* – 10 points –

Objectifs et compétences : inéquations, comparaisons, inégalités, ordre.
Chercher, raisonner.

Barème proposé : **2 pts** pour $m_A > m_B > m_C$ et $m_D > m_A + m_B$ donc $m_D > m_A$
3 pts pour le classement des masses des récipients vides : **C < B < A < D**
2 pts pour $m_A + P_A = m_B + P_B = m_D + P_D$
3 pts pour le classement des volumes des récipients : **D < A < B < C**

Exercice 11 – *Paire de pentaèdres* – 5 points (2nde)-

Objectifs et compétences : espace, solide, perspective cavalière.
Représenter, chercher.

Barème proposé : **2 pts** pour un solide
2 pts pour le deuxième solide
1 pt pour la qualité de la représentation en perspective cavalière (pointillés, …)

Exercice 12 – *La digue de Malo* – 7 points (2nde)-

Objectifs et compétences : trigonométrie, espace, Pythagore, pente, inclinaison, pourcentage, racine carrée.
Chercher, raisonner, calculer, représenter.

Barème proposé : **2 pts** pour le calcul avec Pythagore
2 pts pour le pourcentage d'inclinaison
3 pts pour l'angle d'écart de Lily

Exercice 13 – *Défis de dés* – 10 points (2nde GT)-

Objectifs et compétences : probabilité, organisation.
Chercher, raisonner, représenter.

Barème proposé : **2 pts** pour la probabilité qu'Anatole gagne
3 pts pour les explications
2 pts pour les valeurs des faces du dé
3 pts pour les explications

Exercice 13 – *Géométrie sous verre* – 10 points (2nde PRO)-

Objectifs et compétences : utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique, Pythagore, géométrie plane.
Chercher, calculer, représenter.
Barème proposé : **3 pts** pour une figure avec un triangle équilatéral et trois cercles de même rayon
(même sans point d'intersection)
6 pts avec un point d'intersection unique
1 **pt** pour la réponse au dixième (non attendue sans logiciel ou sans calcul)

Mathématiques SANS Frontières