

## Éléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve de découverte de décembre 2021

### Exercice 1 – En cuisine – 7 points -

On commence par préparer le Kougelhopf pendant 40 min, puis on le met au four pendant 50 min. Le temps de cuisson permet de préparer le poisson pendant 60 min.

10 min avant la fin de cette préparation, on sort le Kougelhopf du four.

Quand le poisson est prêt, on le met au four 20 min et on commence à préparer le poulet pendant 30 min. On sort le poisson du four 10 min avant la fin de la préparation du poulet. Quand le poulet est prêt, on le met au four 10 min et le repas est prêt.

**Le temps total est de 140 min soit 2 h 20 min.**

Ceci peut se résumer par le tableau suivant :

Durée (min)	40	50	10	20	10	10
Kougelhopf	Préparation	Cuisson				
Poisson		Préparation		Cuisson		
Poulet				Préparation		Cuisson

### Exercice 2 – En somme – 5 points -

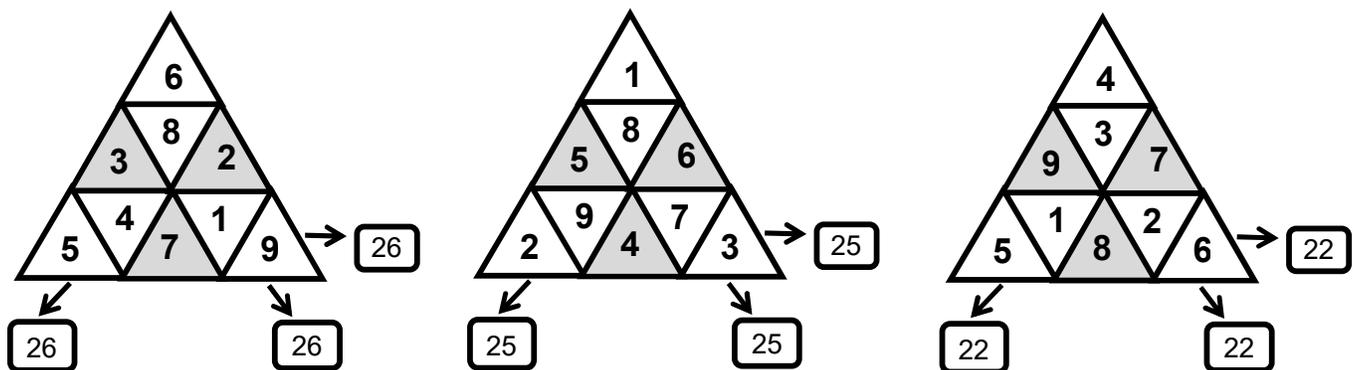
Si on ajoute les trois sommes attendues on compte deux fois chacun des nombres de 1 à 9, sauf les trois qui sont placés dans les triangles grisés.

Soit  $S$  la somme attendue et  $T$  la somme des trois nombres des triangles grisés.

On a donc  $3S = 2(1 + 2 + \dots + 9) - T = 90 - T$

$T$  est donc nécessairement un multiple de 3. Partant de cette remarque, on place dans les cases grisées trois nombres différents de 1 à 9 dont la somme est un multiple de 3.

Ci-dessous trois exemples avec  $T = 12$  et donc  $S = 26$  ;  $T = 15$  et  $S = 25$  puis  $T = 24$  et  $S = 22$ .



Il y a bien d'autres solutions.

Chacune des solutions peut être permutée par le groupe des rotations - symétries du triangle équilatéral et à l'intérieur de chaque losange blanc, on peut échanger les deux nombres.

### Exercice 3 – En couples – 7 points -

La somme de trois nombres de deux chiffres ne peut pas atteindre 300, donc  $a = 1$  ou  $a = 2$

La somme proposée peut s'écrire :

$$10a + b + 10b + c + 10c + a = 100a + 10b + c, \text{ d'où on obtient : } b + 10c = 89a$$

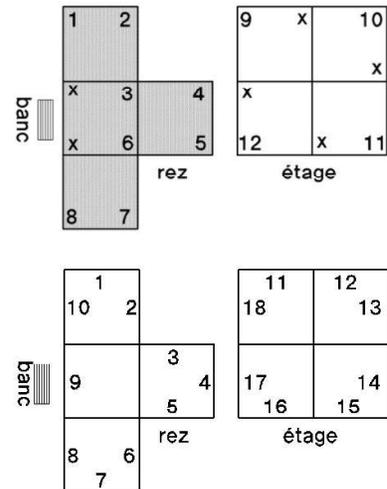
- Si  $a = 1$ ,  $b = 9$  et  $c = 8$
- Si  $a = 2$ ,  $b = 8$  et  $c = 17$ , ce qui est impossible, d'où  $a = 1$ ,  $b = 9$  et  $c = 8$ .

**Le nombre solution de ce problème est 198**, qui vaut bien  $19 + 98 + 81$ .

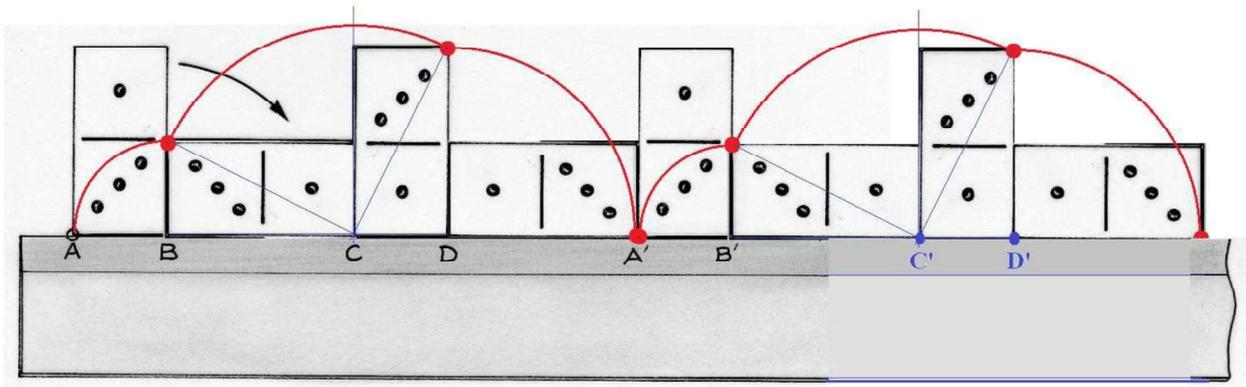
### Exercice 4 – En lumière – 5 points -

Pour se représenter le bâtiment, on peut s'en faire un croquis qui sera très utile pour les différents dénombrements demandés :

- On le voit bien, la superficie au sol compte 4 carrés (grisés) de  $25 \text{ m}^2$  chacun, soit une **superficie totale de  $100 \text{ m}^2$** .
- Les douze arêtes verticales sont numérotées de 1 à 12, car les verticales indiquées par  $x$  ne sont pas des arêtes de ce polyèdre. Il y a donc 12 arêtes verticales de 5 m, soit une **longueur totale de 60 m**.
- Les faces verticales sont numérotées de 1 à 18. Il y a donc 18 faces verticales de  $25 \text{ m}^2$ , soit une **superficie totale des façades verticales de  $450 \text{ m}^2$** .



### Exercice 5 – En demi-tours – 7 points -

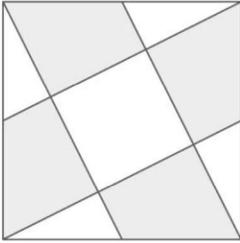


La longueur de la trajectoire est la somme des longueurs de sept arcs de cercles de rayons respectifs :  $2$  ;  $2\sqrt{5}$  ;  $4$  ;  $0$  ;  $2$  ;  $2\sqrt{5}$  et  $4$ .

**La longueur exacte de la trajectoire est  $(\pi + \pi\sqrt{5} + 2\pi) \times 2$ , soit environ 32,90 cm.**

Pour le dessin en taille réelle voir en annexe

### Exercice 6 – En déco – 5 points -



Les cinq dalles ont une aire totale de

$$5 \times 50^2 = 12\,500 \text{ cm}^2$$

L'entrée carrée de la maison de Sacha fait :

$$\sqrt{12\,500} \text{ cm de côté.}$$

$$\sqrt{12\,500} \approx 111,8 \text{ cm}$$

Voir la taille réelle de l'assemblage sur le document annexe.

### Exercice 7 – En décalé – 7 points -

Les horloges ne font pas la différence entre matin et après-midi et vont de 12 h en 12 h.

Au bout de 1 heure, il y a un décalage de 3 min entre les deux horloges.

Au bout de 2 heures, il y a 6 min d'écart

On peut en déduire qu'au bout de 20 h, l'écart entre les deux horloges est de 60 min donc de 1 heure.

Les deux horloges indiqueront la même heure lorsque leur écart sera de 12 h soit au bout de  $12 \times 20 \text{ h} = 240 \text{ h}$  ou encore 10 jours.

**Au bout de 10 jours exactement, les deux horloges indiqueront à nouveau la même heure.**

### Exercice 8 – En clone – 5 points -

À la fin de la 5e saison on compte :  $2^5 = 32$  individus.

À partir de là, le nombre d'individus augmente de 18.

**À la fin de la dixième saison on a :  $32 + 5 \times 18 = 112$  individus.**

Ceci peut aisément se comprendre à l'aide d'un tableau :

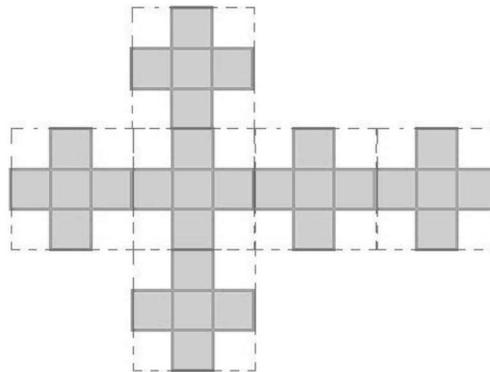
Saisons	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Population	2	4	8	16	32	40	58	76	94	112
Accroissement	+1	+2	+4	+8	+16	+18	+18	+18	+18	+18

### Exercice 9 – En patron – 7 points -

Voici un des patrons possibles.

**Cet objet a 30 faces.**

Voir le patron en dimensions exactes  
tenant sur une feuille A4 en annexe.



### Exercice 10 – En œuf – 10 points - 3<sup>e</sup>

Comme le triangle ABC est rectangle isocèle en C alors d'après le théorème de Pythagore,  $AC = BC = 3\sqrt{2}$  cm

Comme  $BE = AB = 6$  cm ;  $CE = 6 - 3\sqrt{2}$  cm

L'arc de cercle EF mesure :

$$\frac{1}{4}(6 - 3\sqrt{2}) \times 2\pi = \frac{6 - 3\sqrt{2}}{2} \pi$$

L'arc de cercle AB mesure  $3\pi$ .

L'arc de cercle AE a la même mesure que l'arc FB et chacun vaut :

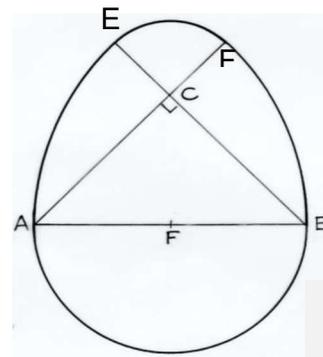
$$\frac{1}{8} \times 2 \times 6\pi = \frac{3}{2} \pi$$

Le périmètre de l'œuf vaut :

$$\frac{6 - 3\sqrt{2}}{2} \pi + 3\pi + 2 \times \frac{3}{2} \pi = 9\pi - \frac{3\sqrt{2}}{2} \pi$$

**La valeur approchée du périmètre de l'œuf vaut 21,6 cm.**

*Voir la reproduction de l'œuf en vraie grandeur en annexe*



### Exercice 11 – En live – 5 points - 2<sup>nde</sup>

Plusieurs méthodes pour calculer l'angle  $\widehat{DMB}$  du champ de la caméra.

#### 1ere méthode

Utilisation du théorème de Pythagore :

Dans le triangle MHD :  $MD^2 = 20^2 + 10^2 = 500$

Dans le triangle MIB :  $MB^2 = 10^2 + 30^2 = 1000$

Dans le triangle BDE :  $BD^2 = 20^2 + 10^2 = 500$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MDB est rectangle en D.

De plus, il est isocèle.

On en conclut que  $\widehat{DMB} = 45^\circ$ .

#### 2e méthode

Par la trigonométrie :

$$\tan \widehat{IMB} = \tan \widehat{HMB} = \frac{IB}{IM} = \frac{30}{10} = 3$$

$$\tan \widehat{HMD} = \frac{HD}{MH} = \frac{10}{20} = 0,5$$

$$\widehat{DMB} = \text{Arctan } 3 - \text{Arctan } 0,5 = 45^\circ$$

D'où la conclusion :  $\widehat{DMB} = 45^\circ$ .

**Exercice 12 – En plus – 7 points - 2<sup>nde</sup>**

Notons  $n$  l'entier auquel pense Delphine.

Alors il existe deux entiers  $a$  et  $b$  tels que :

$$n + 10 = a^2 \text{ et } n + 79 = b^2.$$

Par différence, on obtient :

$$b^2 - a^2 = (b + a)(b - a) = 69. \text{ Or les seules décompositions sont : } 69 = 1 \times 69 \text{ et } 69 = 3 \times 23.$$

1er cas :

On a le système  $\begin{cases} b + a = 69 \\ b - a = 1 \end{cases}$  dont la solution est  $b = 35$  et  $a = 34$ .

$$\text{On obtient } n = 34^2 - 10 = 1\,146 \text{ et } n = 35^2 - 79 = 1\,146$$

2e cas :

On a le système  $\begin{cases} b + a = 23 \\ b - a = 3 \end{cases}$  dont la solution est  $b = 13$  et  $a = 10$ .

$$\text{On obtient } n = 10^2 - 10 = 90 \text{ et } n = 13^2 - 79 = 90$$

**Il y a bien deux solutions et Delphine pense soit au nombre 90 soit au nombre 1 146.**

**Exercice 13 – En rapport – 10 points - 2<sup>nde</sup> GT**

Les triangles AFD et BEA sont semblables (mêmes mesures d'angles)

Les longueurs de ces triangles sont proportionnelles :

$$\frac{DF}{AE} = \frac{AF}{BE} = \frac{AD}{AB}$$

Or  $DF = EB$  et notons  $AE = x$

On obtient l'égalité suivante :

$$\frac{DF}{x} = \frac{2x}{DF} = \frac{AD}{AB}$$

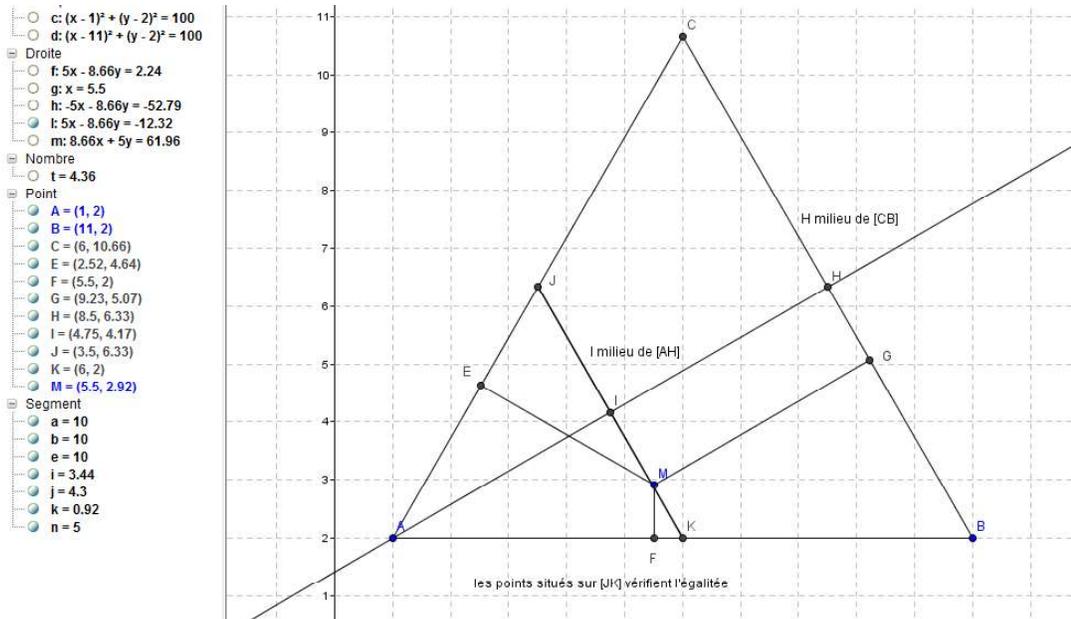
Et donc :  $2x^2 = DF^2$  d'où  $x = DF/\sqrt{2}$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DF}{\frac{DF}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} \text{ d'où } \frac{AD}{AB} = \sqrt{2} \text{ et donc } AD = 10\sqrt{2}$$

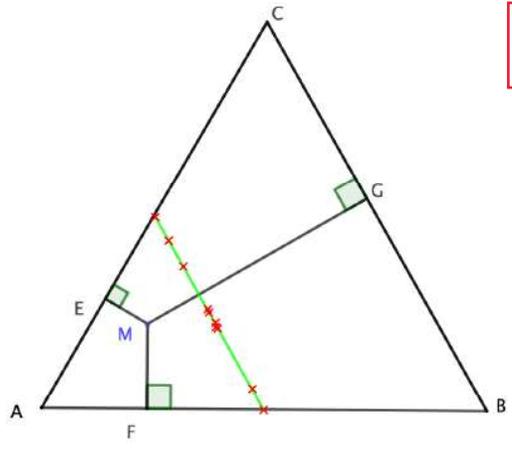
**La longueur exacte de AD est  $10\sqrt{2}$**

*Figure en vraie grandeur en annexe.*

**Exercice 13 – En fin – 10 points - 2<sup>nde</sup> Pro**

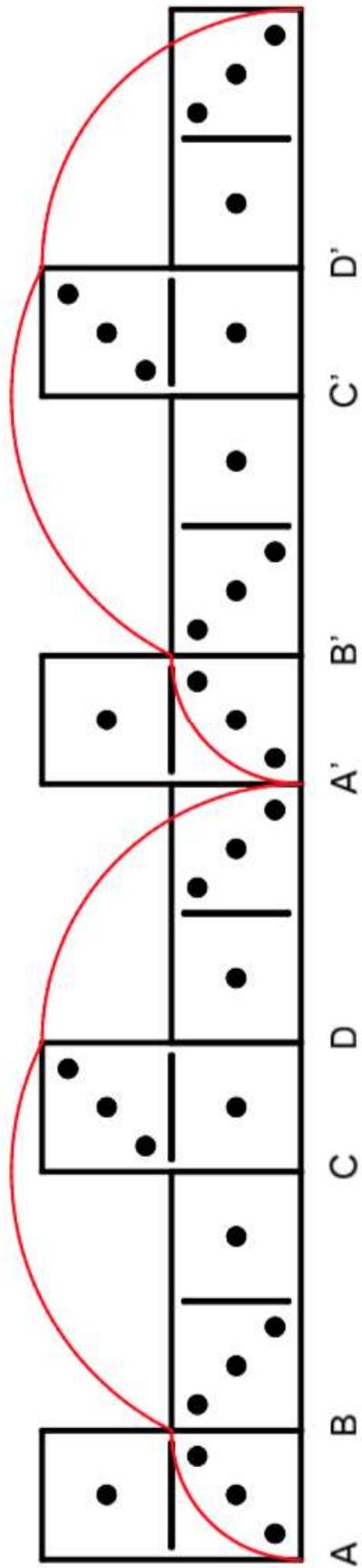


On peut dessiner un triangle équilatéral, placer un point M puis faire des hauteurs qui passent par M. Dans Géogébra, il faut créer une variable  $t = i+k$  où i et k sont les étiquettes des segments [ME] et [MF]. Cela permet de trouver des points qui vérifient  $ME+MF=MG$  en déplaçant le point M et en regardant la valeur de t et de MG. La solution est le segment [JK].



This version of Exercice 13 is not used in the UK edition.

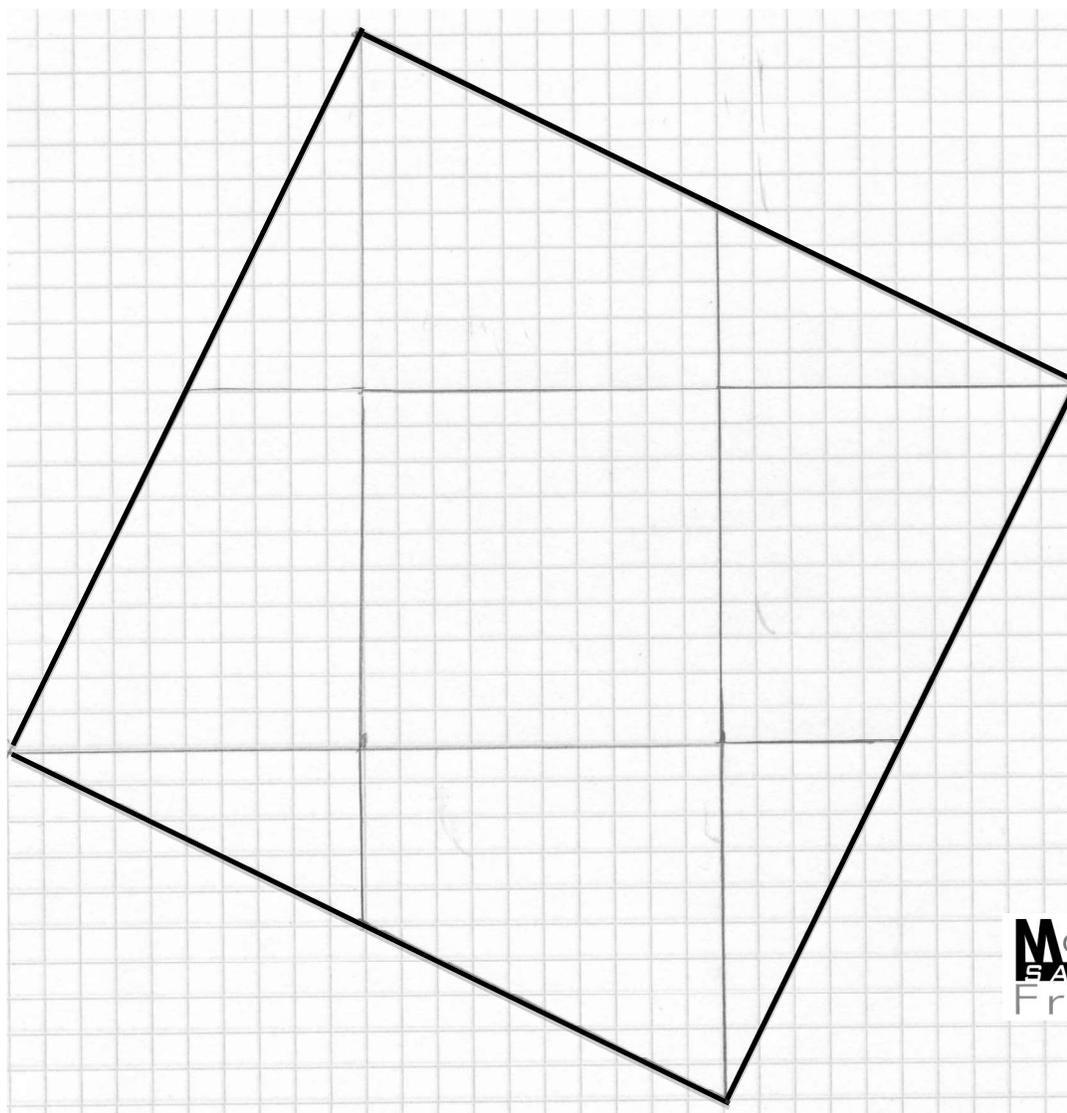
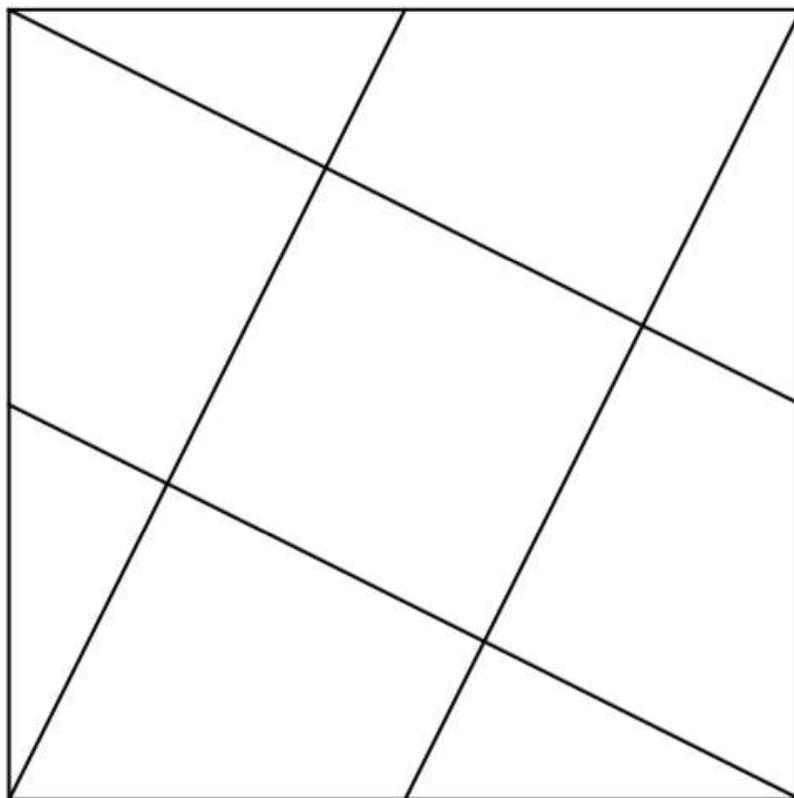
Annexe de l'exercice 5 « En demi-tours »



Taille réelle

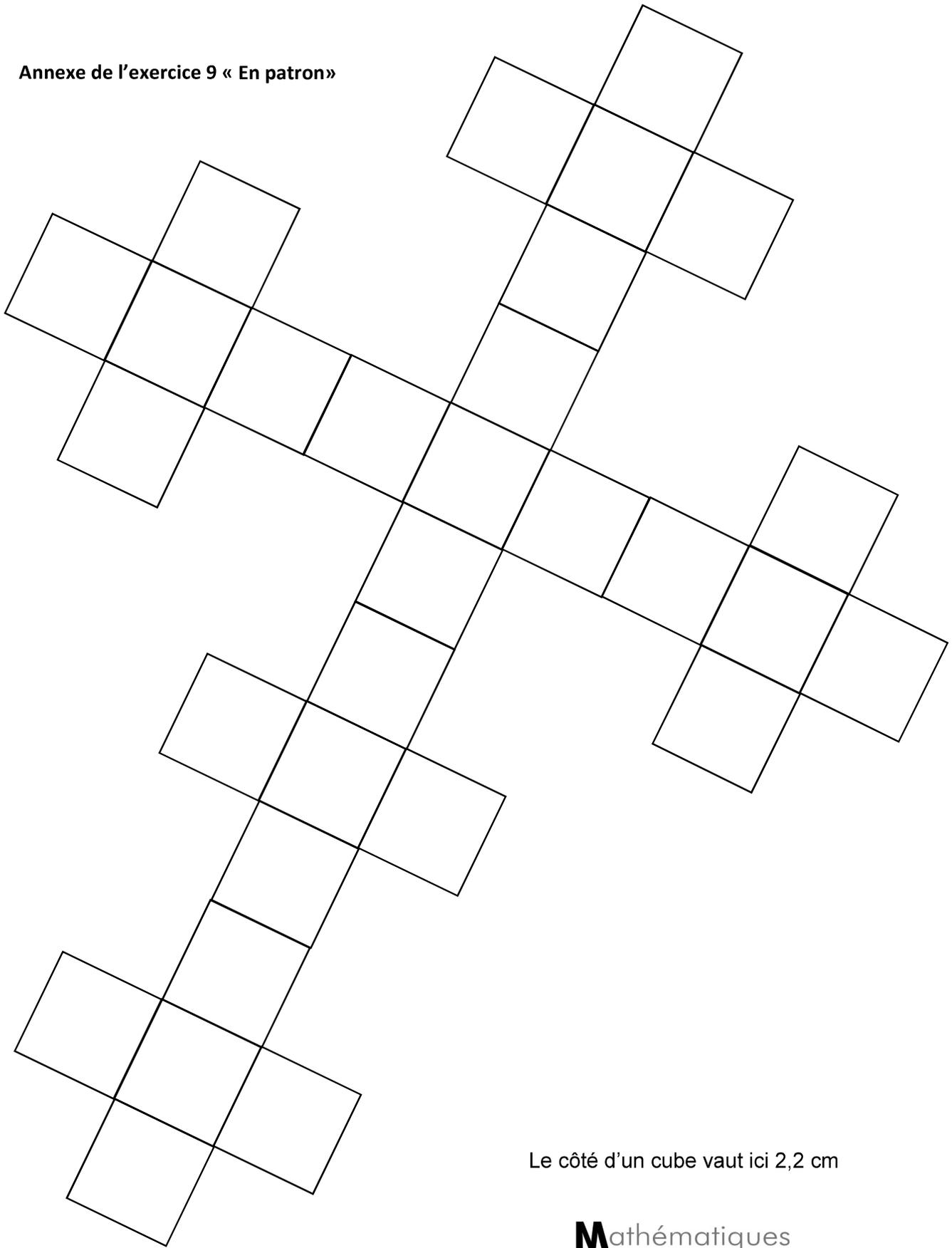
Annexe de l'exercice 6 « En déco »

Échelle : 1/10 (côté du carré environ 11,2 cm)



Pour réaliser le carrelage, les élèves pourront s'aider de papier quadrillé.

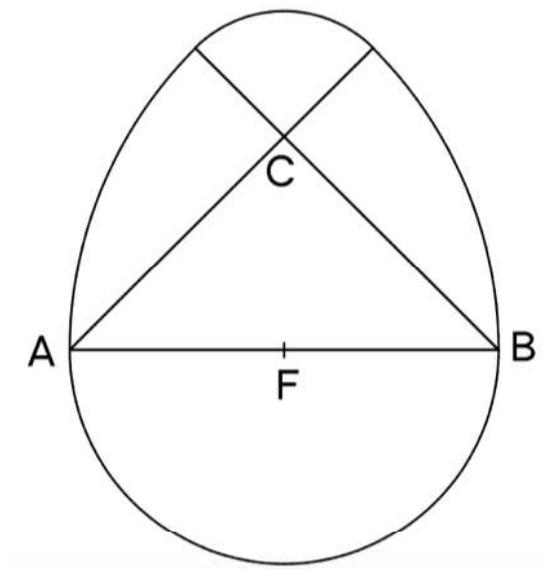
Annexe de l'exercice 9 « En patron »



Le côté d'un cube vaut ici 2,2 cm

Annexe de l'exercice 10 « En œuf »

Taille réelle



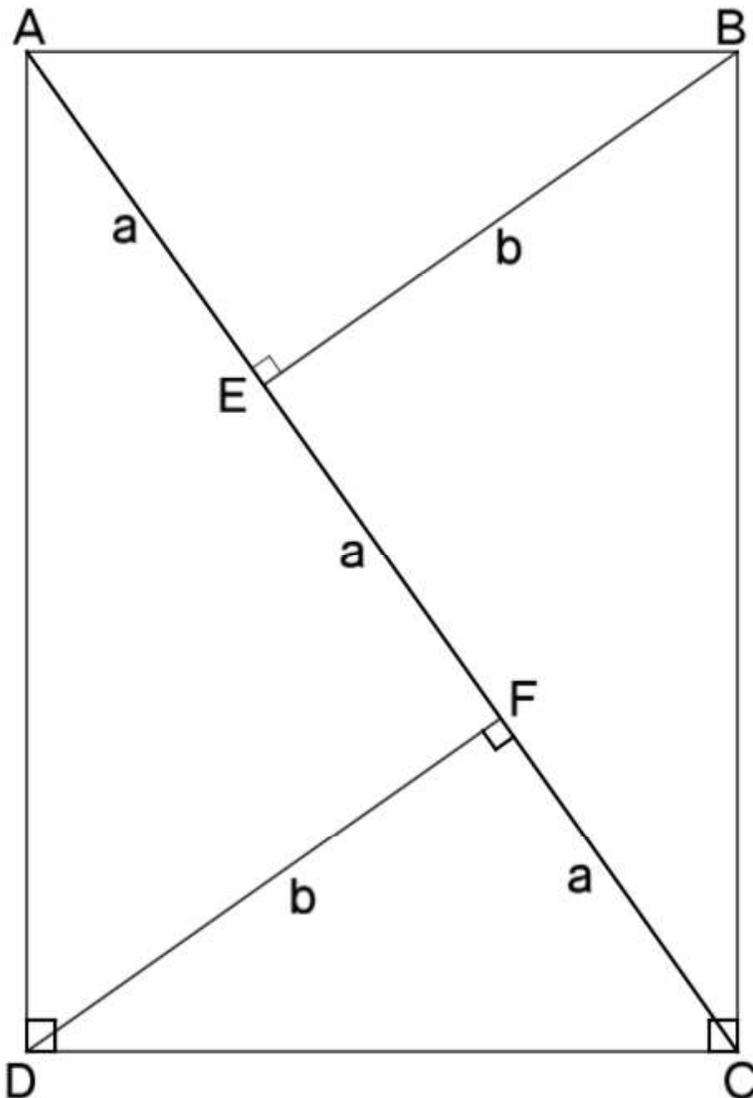
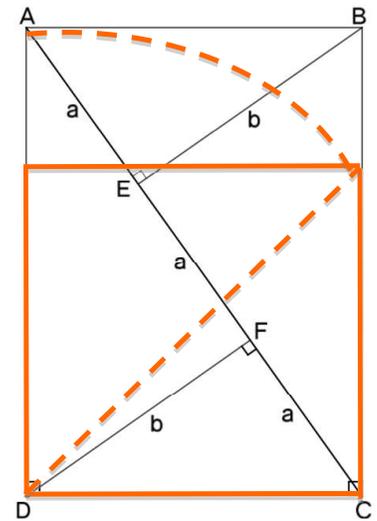
Annexe de l'exercice 13 GT « En rapport »

Taille réelle

Indication :

Tracer un carré de côté 10 cm, puis reporter la longueur de sa diagonale.

(comme sur le dessin ci-contre qui n'est pas en dimensions exactes)



# Épreuve découverte 2022

## Productions attendues et suggestions pour le barème

Document établi à l'attention des traducteurs et des correcteurs de l'épreuve.

*Les barèmes proposés sont purement indicatifs. Ils pourront évidemment être modifiés localement en fonction des priorités pédagogiques et de la teneur des programmes de mathématiques dans tel ou tel pays. Ils pourront également être adaptés au vu des productions des élèves qui sont parfois surprenantes et inattendues...*

L'équipe de conception des sujets  
de Mathématiques sans Frontières

Pour tout exercice :

- ✓ on attribuera 0 point lorsqu'une feuille-réponse a été rendue mais que celle-ci ne contient que des éléments totalement faux montrant que l'exercice n'a pas été compris. On s'efforcera toutefois autant que possible de valoriser toute trace de recherche pertinente ;
- ✓ on notera NT lorsque l'exercice n'a pas été traité (feuille blanche ou non rendue).

### Objectifs et compétences :

*Communiquer, raisonner, chercher, calculer, représenter, modéliser.*

**M**athématiques  
**SANS**  
Frontières

### Exercice 1 -- En cuisine 7 points -

#### Objectifs et compétences :

*Communiquer, chercher, raisonner.*

Objectifs : durée, logique, raisonnement.

**Barème proposé** : Qualité de la rédaction en langue : **3 pts**. Raisonnement, explications : **4 pts**.

### Exercice 2 -- En somme 5 points -

#### Objectifs et compétences :

*Chercher, calculer.*

Objectifs : somme, somme magique, essais-erreurs, grille.

#### Barème proposé :

**5 pts** pour avoir trouvé une solution,

**2 pts** pour avoir trouvé une somme sur un côté seulement, un début de raisonnement, une trace de recherche.

### Exercice 3 -- En couples 7 points -

#### Objectifs et compétences :

*Chercher, calculer, raisonner.*

Objectifs : calculs, déduction, décomposition des nombres, calcul littéral, écriture littérale, décomposition en base 10.

#### Barème proposé :

**4 pts** pour la solution 198.

**2 pts** pour la justification.

**1 pt** pour une étape de déduction intermédiaire (par exemple  $a=1$  ou  $a=2$ ).

**M**athématiques  
**SANS**  
Frontières

## Exercice 4 -- En lumière 5 points -

### **Objectifs et compétences :**

*Calculer, modéliser.*

Objectifs : vue en 3D, calculs d'aires, calcul de longueurs, solide, géométrie dans l'espace, passage à la géométrie plane.

### **Barème proposé :**

**1 pt** pour la représentation de la vue du dessous.

**2 pts** pour le calcul des arêtes verticales.

**2 pts** pour le calcul de la superficie totale des façades verticales.

## Exercice 5 -- En domi-tours 7 points -

### **Objectifs et compétences :**

*Représenter, modéliser, calculer, chercher.*

Objectifs : trace, trajectoire, rotation, calcul de longueurs, arc de cercle.

### **Barème proposé :**

**1 pt** pour la position des huit dominos.

**2 pts** pour la trajectoire du point A.

**3 fois 1 pt** pour la longueur de chaque type d'arc.

**1 pt** pour la longueur de cette trajectoire.

## Exercice 6 -- En déco 5 points -

### **Objectifs et compétences :**

*Calculer, représenter, chercher.*

Objectifs : géométrie plane, puzzle, échelle, carré, milieu, calcul de longueur, racine carrée, aire, fraction d'aire.

### **Barème proposé :**

**1 pt** pour avoir réalisé les 9 pièces à l'échelle.

**1 pt** pour la reconstitution du grand carré.

**3 pts** pour la longueur exacte du grand carré. (**1 pt** si c'est une valeur approchée)

## Exercice 7 -- En décalé 7 points -

### **Objectifs et compétences :**

*Chercher, communiquer, raisonner.*

Objectifs : durée, essais-erreurs, raisonnement.

### **Barème proposé :**

**5 pts** pour trouver qu'elles afficheront la même heure dans 240 h (10 jours).

**2 pts** pour un début de raisonnement, une trace de recherche.

**2 pts** pour l'heure affichée par les horloges.

## Exercice 8 -- En clone 5 points -

### **Objectifs et compétences :**

*Modéliser, calculer, chercher.*

Objectifs : puissance, calculs, croissance, accroissement.

### **Barème proposé :**

**2 pts** pour un début de raisonnement qui montre une compréhension de l'évolution de la population

(Jusqu'à la saison 6)

**3 pts** pour la réponse : 112

## Exercice 9 -- En patron 7 points -

### **Objectifs et compétences :**

*Chercher, représenter.*

Objectifs : Géométrie dans l'espace, solide, cube, patron, passage à la géométrie plane.

### **Barème proposé :**

**2 pts** pour le nombre de faces

**5 pts** pour un patron tenant sur une feuille A4,

**3 pts** si le patron ne rentre pas sur une feuille A4.

## Exercice 10 -- En œuf 10 points - 3e

### **Objectifs et compétences :**

*Représenter, calculer.*

Objectifs : Pythagore, périmètre, longueur d'arc, triangle rectangle isocèle, dessin géométrique, construction à la règle et au compas.

### **Barème proposé :**

**3 pts** pour la reproduction de la figure

**3 fois 2 pts** pour la longueur de chaque arc

**1 pt** pour la valeur approchée du périmètre

# Spécial Secondes

## Exercice 11 -- En live 5 points - 2nde

### **Objectifs et compétences :**

*Raisonnement, chercher, calculer.*

Objectifs : Pythagore, trigonométrie, angle.

### **Barème proposé :**

**5 pts** pour la résolution détaillée peu importe la méthode

**3 pts** pour un début de recherche peu importe la méthode

**1pt** pour une réponse sèche

**M**athématiques  
**SANS**  
Frontières

## Exercice 12 (secondes GT) -- En plus 7 points -

### **Objectifs et compétences :**

*Raisonnement, chercher, calculer.*

Objectifs : calcul littéral, système, équation, décomposition, identité remarquable, essais-erreurs.

### **Barème proposé :**

**2 pts** pour un début de recherche

**3 pts** pour la première solution avec justification (retirer **1 pt** si pas de justification)

**4 pts** pour la deuxième solution avec justification

## Exercice 13 (secondes GT) -- En rapport 10 points -

### **Objectifs et compétences :**

*Raisonnement, chercher, calculer, représenter.*

Objectifs : triangles semblables, proportionnalité, géométrie plane, mise en équation, racine carrée,

### **Barème proposé :**

**2 pts** pour un début de raisonnement

**5 pts** pour la longueur exacte de [AD] (retirer **1 pt** si la valeur est approchée)

**2 pts** pour une ébauche de construction

**5 pts** pour la construction précise

## Exercice 13 (secondes Pro) -- En fin 10 points -

### **Objectifs et compétences :**

*Chercher, calculer, représenter.*

Objectifs : modélisation d'un problème par un logiciel de géométrie dynamique, triangle équilatéral, lieu de points, géométrie plane.

### **Barème proposé :**

**2 pts** pour le tracé d'un triangle équilatéral avec le logiciel

**2 pts** pour le tracé des hauteurs passant par M

**2 pts** pour le calcul de  $ME+MF$

**2 pts** pour comparer avec  $MG$  en déplaçant M

**1 pt** pour un point qui vérifie l'égalité

**1 pt** pour le segment  $[IJ]$  en entier.

This version of Exercise 13 is not used in the UK edition.

**M**athématiques  
SANS  
Frontières

*Ce document contient 22 pages.*